

一种针对非均匀有理 B 样条曲面的碰撞检测算法

刘晓东, 姚兰, 陶海霞, 刘海龙

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 提出了一种针对非均匀有理 B 样条(NURBS)曲面的碰撞检测算法, 它将节点反插技术引入到 NURBS 曲面细分中, 通过控制点间距离测试进行精确碰撞检测. 该算法首先插入几何意义较为清楚的控制顶点, 反算出要插入的节点, 再采用节点插入技术将曲面细分, 然后为逐步细分的曲面控制点建立固定方向凸包(FDH)包围盒, 以尽早排除不可能碰撞的情况. 在到达一定细分层次后, 进行曲面之间的距离测试, 若距离小于某一阈值, 则认为发生碰撞. 通过虚拟环境中蝴蝶与玉米叶的碰撞实验表明, 所提算法可以应用于由 NURBS 曲面表示的物体碰撞检测, 在细分层次为 5, 阈值为 0.000 6 时, 可以使本例碰撞检测具有良好的精确性和实时性.

关键词: 碰撞检测; 非均匀有理 B 样条曲面; 曲面细分; 固定方向凸包

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-987X(2007)04-0389-04

Collision Detection Algorithm for Non Uniform Rational B-Spline Surface

Liu Xiaodong, Yao Lan, Tao Haixia, Liu Hailong

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A collision detection algorithm for NURBS (non uniform rational B-spline) surface is proposed. The technique of inserting node in reverse is used in NURBS surface subdivision, and a method for the accurate collision detection using distance testing between control points is presented. In the algorithm, firstly, the top control points that have clear geometric meaning are inserted, then the inserted nodes are calculated in reverse, and the insert technique is used to divide the curved surfaces finely; secondly, through building FDH (fixed direction hull) for the control points of curved surfaces that are finely divided by degrees, the part that is impossible to join in collision can be excluded early; finally, the distance testing is carried out if the subdivision level reaches a certain threshold. Through the collision detection between a butterfly and corn leaves in the virtual environment, it is verified that this algorithm can be used for collision detection between objects defined by NURBS surfaces. When the subdivision level is 5 and the threshold is 0.000 6, the collision detection in this experiment is real-time with good accuracy.

Keywords: collision detection; non uniform rational B-spline surface; surface subdivision; fixed direction hull

碰撞检测是虚拟现实领域的重要研究课题之一. 人们要真实地模拟现实世界中物体的运动, 对场景中的物体进行精确、实时碰撞检测是十分重要的. 在虚拟现实系统中, 非均匀有理 B 样条(NURBS)方法在形状定义方面功能强、潜力大^[1]. 1991 年国

际标准组织(ISO)颁布的工业产品几何定义的 STEP 标准, 就把 NURBS 作为惟一定义自由型曲线、曲面的数学方法. 尽管国内外的许多专家和学者已在碰撞检测方面开展了不少有价值的研究工作, 但大都针对凸多面体, 而对自由曲面之间的碰撞检

测问题缺乏有效的解决方法. 针对这一问题, Page 等人提出了一种 NURBS 曲面碰撞检测算法^[2], 并采用曲面细分和 OBB (Oriented Bounding Boxes) 包围盒技术, 从一定程度上解决了 NURBS 曲面碰撞检测问题, 但这种方法存在一些不足, 如算法在曲面细分时难以确定分裂位置, 碰撞检测的判断不够精确等. 为此, 本文提出一种新的针对 NURBS 曲面的碰撞检测算法, 它弥补了 Page 算法的不足, 并可在 NURBS 曲面之间进行精确的实时碰撞检测.

1 NURBS 曲面

NURBS 曲面方程有多种表示方式, 这里给出它的有理分式的表示形式. 一张 $k \times l$ 次 NURBS 曲面^[3]可表示为

$$p(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \omega_{i,j} d_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \omega_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)}$$

式中: $d_{i,j}$ ($i=0, 1, \dots, m; j=0, 1, \dots, n$) 是控制顶点阵列; $\omega_{i,j}$ 是与顶点 $d_{i,j}$ 联系的权因子; $N_{i,k}$ ($i=0, 1, \dots, m$) 和 $N_{j,l}$ ($j=0, 1, \dots, n$) 分别为 u 方向 k 次和 v 方向 l 次规范 B 样条基, 它们分别由 u 向和 v 向的节点矢量 $\mathbf{U}=(u_0, u_1, \dots, u_{m+k+1})$ 与 $\mathbf{V}=(v_0, v_1, \dots, v_{n+l+1})$ 按德布尔递推公式决定.

NURBS 曲面的一个重要性质就是由其控制点所形成的凸包将曲面完全包围^[2], 在碰撞检测中可以利用这一性质, 即用控制点建立的包围盒来代替曲面本身建立的包围盒, 使计算变得简单.

2 算法实现

算法主要包括 3 个主要过程: 曲面细分, 建立固定方向凸包 (FDH) 包围盒以及包围盒之间的相交测试, 曲面之间的距离测试.

2.1 曲面细分

在曲面细分的过程中, 节点插入算法至关重要. Page 算法就是在 NURBS 曲面的 2 个参数方向上通过直接插入节点矢量来实现曲面细分的, 但是由于节点不具有清楚的几何意义, 所以插入的位置有一定的盲目性, 在插入节点后也很难预知曲面在何处分裂.

本文算法采用节点反插和节点插入相结合的方法达到曲面细分, 首先插入几何意义较为清楚的控制顶点, 然后反算出要插入的节点, 从而实现节点的反插, 接着再利用节点插入技术, 将曲面细分.

为了将曲面较为均匀地一分为四, 插入的控制顶点应在相应方向控制顶点序列中央的附近. 初始控制顶点为 $d_{i,j}$ ($i=0, 1, \dots, m; j=0, 1, \dots, n$), 取 u 方向控制顶点的插入位置在第 $\lfloor m/2 \rfloor$ 个与第 $\lfloor m/2 \rfloor + 1$ 个控制顶点之间, v 方向取在第 $\lfloor n/2 \rfloor$ 与第 $\lfloor n/2 \rfloor + 1$ 个控制顶点之间.

因此, 在 u 方向插入的新控制顶点^[3]

$$d_u = \frac{(1-\alpha)\omega_{\lfloor m/2 \rfloor, j} d_{\lfloor m/2 \rfloor, j} + \alpha \omega_{\lfloor m/2 \rfloor + 1, j} d_{\lfloor m/2 \rfloor + 1, j}}{(1-\alpha)\omega_{\lfloor m/2 \rfloor, j} + \alpha \omega_{\lfloor m/2 \rfloor + 1, j}}$$

于是

$$\alpha = \frac{\omega_{\lfloor m/2 \rfloor, j} \bar{d}_u d_{\lfloor m/2 \rfloor, j}}{\omega_{\lfloor m/2 \rfloor, j} \bar{d}_u d_{\lfloor m/2 \rfloor, j} + \omega_{\lfloor m/2 \rfloor + 1, j} \bar{d}_u d_{\lfloor m/2 \rfloor + 1, j}}$$

从而有

$$u = u_{\lfloor m/2 \rfloor + 1} + \alpha(u_{\lfloor m/2 \rfloor + k + 1} - u_{\lfloor m/2 \rfloor + 1})$$

类似地, 在 v 方向将新控制顶点 d_v 插在控制网格的 $\bar{d}_{i, \lfloor n/2 \rfloor} \bar{d}_{i, \lfloor n/2 \rfloor + 1}$ 边上, 则有

$$\beta = \frac{\omega_{i, \lfloor n/2 \rfloor} \bar{d}_v \bar{d}_{i, \lfloor n/2 \rfloor}}{\omega_{i, \lfloor n/2 \rfloor} \bar{d}_v \bar{d}_{i, \lfloor n/2 \rfloor} + \omega_{i, \lfloor n/2 \rfloor + 1} \bar{d}_v \bar{d}_{i, \lfloor n/2 \rfloor + 1}}$$

$$v = v_{\lfloor n/2 \rfloor + 1} + \beta(v_{\lfloor n/2 \rfloor + l + 1} - v_{\lfloor n/2 \rfloor + 1})$$

在反算出节点之后实现曲面细分, 需要使用节点插入技术. 对于 NURBS 曲线, 在同一节点处, 若节点重复度 (即该节点重复的次数) 为 B 样条基函数的幂次, 则 NURBS 曲线在相应节点处分段^[4]. 类似地, 若 NURBS 曲面的 u 方向和 v 方向的节点重复次数分别与相应基函数幂次相同, 曲面将会一分为四, 新控制顶点被分配到拆分后生成的子曲面上. 节点每插入一次, 需要重新计算控制顶点. 以 u 方向为例, 假设节点插入的位置为 u_1 , 所插节点在 u 方向上的重复度为 u_R , 根据文献^[4]的节点插入算法, 新的控制顶点

$$d_{i,j}^* = (1-s_i)d_{i-1,j} + s_id_{i,j}$$

$$s_i =$$

$$\begin{cases} 1 & i = 0, 1, \dots, u_1 - k \\ \frac{u - u_1}{u_{i+k} - u_i} & i = u_1 - k + 1, u_1 - k + 2, \dots, u_1 - u_R \\ 0 & i = u_1 - u_R + 1, u_1 - u_R + 2, \dots, m + 1 \end{cases}$$

曲面细分一次的算法描述如下.

输入: NURBS 曲面 nurb.

输出: 细分后的 4 个 NURBS 曲面存于数组 nurb^[4]之中.

步骤 1: 在 nurb 控制网格的 $\bar{d}_{\lfloor m/2 \rfloor, j} \bar{d}_{\lfloor m/2 \rfloor + 1, j}$ 和 $\bar{d}_{i, \lfloor n/2 \rfloor} \bar{d}_{i, \lfloor n/2 \rfloor + 1}$ 上插入控制顶点 d_u, d_v .

步骤 2: 计算反插节点, 得到节点重复度 u_R, v_R .

步骤3: 重复插入节点,插入次数分别为 $k-u_R$ 、 $l-v_R$ (k, l 分别是 u 方向与 v 方向 B 样条基函数的幂次), 最后得到 NURBS 曲面数组 $\text{nurb}[4]$ 。

在实际应用中,应根据需要选取适当的细分层次 L , 即曲面细分的次数,使得曲面分裂为 4^L 个子曲面。

2.2 FDH 包围盒

曲面在每一次细分后都需要为其建立包围盒,以尽早排除不可能碰撞的情况。本文采用 FDH 包围盒。

FDH 是一种特殊的凸包^[5],它的所有面的法向量均来自一个固定的方向向量集合。令 $D=\{d_1, d_2, \dots, d_k\}$ 是一个包含 k 个固定方向向量的集合,且对任意 $d_i \in D$, 必须存在 $d_j \in D$, 使得 $d_j = -d_i$ 。一般来说,对象 E 的 FDH 可以通过计算 E 凸包中的顶点与固定方向集 D 中的各个方向的最大点积得到。根据前述的 NURBS 曲面的凸包性质,进行控制顶点与 D 中各个方向的点积运算,可以简化对象凸包的计算过程。

在建立包围盒时,本文算法首先选定固定方向集 $D_{14}=\{\pm(1,0,0), \pm(0,1,0), \pm(0,0,1), \pm(1,1,1), \pm(1,-1,1), \pm(1,1,-1), \pm(1,-1,-1)\}$, 然后计算 NURBS 曲面的控制点 $d_{i,j}$ 与固定方向集 D 中各个方向的最大点积,进而得到 NURBS 曲面的 FDH。为了便于说明,以 NURBS 曲线和二维 FDH 为例来说明如何建立包围盒。如图 1 所示,空心圆点是 NURBS 曲线的控制点,并取 $D_8=\{\pm(1,0), \pm(0,1), \pm(1,1), \pm(-1,1)\}$ 。将每一控制点坐标分别与每一固定方向坐标做点积运算,取最大值,便可得到控制点沿每一方向的最大延伸,从而得到控制点的 FDH 包围盒,即该 NURBS 曲线的 FDH 包围盒。

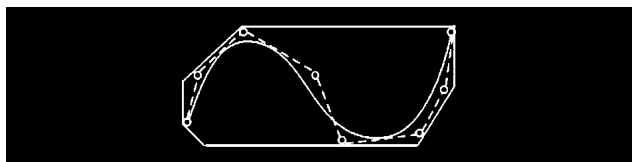


图1 FDH 包围盒的建立

在建立了 2 个 NURBS 曲面 FDH 包围盒之后,可进行包围盒相交测试。本文采用投影重叠测试,即如果 2 个包围盒在 $k/2$ 个固定轴的任一轴上的投影区间不重叠,就可以判定这 2 个包围盒不重叠,包围的曲面也必定不相交。如果在所有方向上的投影区间都重叠,可认为 2 个包围盒相交。

2.3 NURBS 曲面之间的距离测试

在 Page 算法中,碰撞检测的最终结果由到达一定的细分层次之后包围盒是否相交来决定,若包围盒相交则认为曲面相交。这样,在某些情况下的碰撞检测结果不够精确,因为对曲面建立的包围盒很难像凸多面体包围盒那样有较好的紧密性。

包围盒相交而曲线间距较大的情况如图 2 所示,以二维情况为例,这 2 个曲线的包围盒相交,但 2 条曲线之间的距离较大。三维情况也是如此,当 2 个 NURBS 曲面的包围盒相交时,很可能 2 个曲面还相距甚远。

为了弥补包围盒在紧密性上的不足,当细分层次为 L 时,本文算法对包围盒相交情况下的曲面加入了距离测试^[6],即判断 2 个曲面控制点之间的最小距离,距离测试算法如图 3 所示。当测试距离小于某一阈值 T 时,才认为 2 个曲面相交,即可检测到碰撞,从而避免了发生曲面之间距离较大的情况。2 个曲面之间的距离测试可通过 Distance-Test($\text{nurb}_1, \text{nurb}_2$) 函数来实现,其中 $\text{nurb}_1, \text{nurb}_2$ 是待测的 2 个 NURBS 曲面。

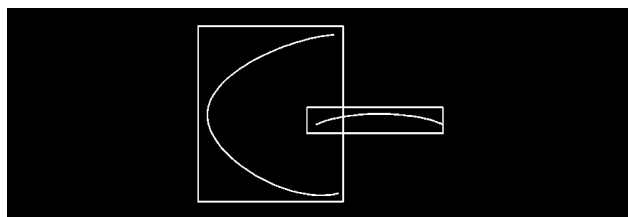


图2 包围盒相交而曲线间距较大

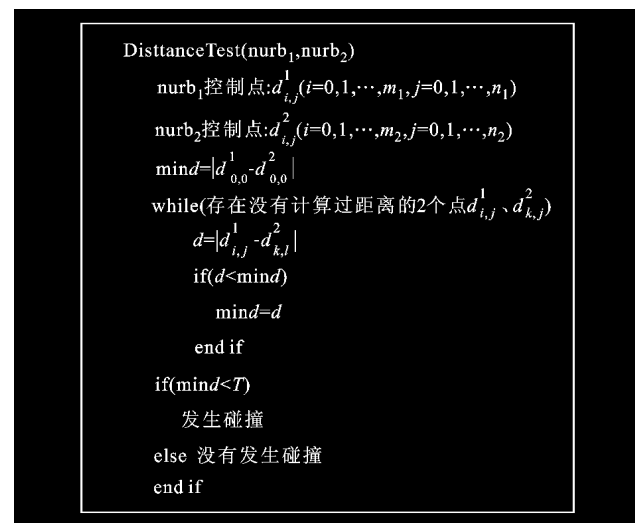


图3 距离测试算法

3 实验与分析

采用 VC++、OpenGL 在 PC 机 (PIV 3.0 GHz, 1 GB 内存, MSI RADEON X600 PRO 显卡)

上实现了本文的 NURBS 曲面碰撞检测算法, 算法的测试场景如图 4 所示, 即一只蝴蝶在一株玉米的叶片之间运动. 玉米静止, 蝴蝶的运动可以人为控



图 4 蝴蝶在一株玉米叶片之间运动

制, 使其与玉米叶发生碰撞, 玉米叶与蝴蝶都是采用 NURBS 曲面建模, 每一片玉米叶的控制点数目为 175, 蝴蝶的控制点数目为 81.

为了取最佳的细分层次 L 和距离测试中的 T , 使场景中的碰撞检测有较好的实时性和精确性, 可以进行以下实验: 将蝴蝶移动到与某一叶片非常近的位置固定不动, 取不同的 L 进行碰撞检测, 并记录平均碰撞检测时间 t 和距离测试中的最小距离 $mind$.

当 L 在 3~8 之间时, t 和 $mind$ 如表 1 所示.

表 1 不同的 L 对 t 和 $mind$ 的影响

L	t/s	$mind/m$
3	0.016	0.069 2
4	0.038	0.075 3
5	0.095	0.073 2
6	0.304	0.072 9
7	1.553	0.072 8
8	6.327	0.072 8

从表 1 可以看出: 随着 L 的增大, t 在增加, 并且增加的倍数越来越大, 而 $mind$ 的变化却越来越小.

由本文算法的 $mind$ 计算可知, L 的增加使得控制点更加密集, $mind$ 也就越来越接近 2 个曲面实际的最短距离, 这样一来, 碰撞检测的结果就越精确. 根据以上分析, 碰撞检测的实时性和精确性不可

能同时达到最理想状态. 对实时性要求较高的场合, L 可偏小, 而对精确性要求较高的场合, L 应偏大.

从表 1 知, 若将 $L=7, 8$ 时的 $mind$ 值看作精确值, 那么当 $L=5$ 时, $mind$ 已接近精确值, 且 t 也比较小, $mind$ 的误差为 0.000 4. 若考虑到其他一些不确定因素, T 可取 0.000 6. 因此, 当 $L=5, T=0.000 6$ 时, 采用本文算法可以使本例的碰撞检测具有良好的效果.

与 Page 算法相比, 本文算法具有较好的精确性和实时性, 原因如下.

(1) 在曲面细分中引入了节点反插技术. 因为插入了具有清晰几何意义的控制顶点, 所以可以人为控制每一次细分, 使之尽量均匀, 从而减少了细分层次, 缩短了平均碰撞检测时间.

(2) 采用了简单、有效的 FDH 包围盒, 可以尽早排除不相交的情况.

(3) 通过控制点之间的距离测试进行精确碰撞检测, 避免了由于包围盒不紧密而造成的碰撞检测结果不精确的问题.

4 结束语

本文提出了一种针对 NURBS 曲面的碰撞检测算法. 该算法将节点反插技术引入到曲面细分之中, 通过对建立的简单、有效曲面的 FDH 包围盒进行初步碰撞检测, 再通过曲面控制点之间的距离测试进行精确碰撞检测. 所提算法可以应用于虚拟场景的 NURBS 曲面物体碰撞检测, 特别是对精确性和实时性要求比较高的场合, 可增强虚拟现实系统的逼真感. 本文算法也有一定的局限性, 它只能应用于 NURBS 曲面的碰撞检测, 因此还需进一步完善, 以应用于其他的自由曲面.

参考文献:

- [1] 刘晓东, 罗轶先, 郭新宇, 等. 基于 NURBS 曲面的玉米叶生长过程中的形态建模 [J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(14): 201-203.
Liu Xiaodong, Luo Yixian, Guo Xinyu, et al. The modeling of maize leaf during the growing process based on NURBS [J]. Computer Engineering and Applications, 2004, 40(14): 201-203.
- [2] Page F, Guibault F. Collision detection algorithm for NURBS surfaces in interactive applications [C]// Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, Piscataway, USA: IEEE, 2003: 1417-1420.
- [3] 施法中. 计算机辅助设计与非均匀有理 B 样条 [M].

- 北京:高等教育出版社, 2001:435-449.
- [4] 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术 [M]. 北京:科学出版社, 2000:155-157.
- [5] 魏迎梅,王涌,吴泉源,等. 碰撞检测中的固定方向凸包包围盒的研究 [J]. 软件学报, 2001, 12(7):1056-1063.
- Wei Yingmei, Wang Yong, Wu Quanyuan, et al. Research on fixed direction hull bounding volume in collision detection [J]. Journal of Software, 2001, 12(7): 1056-1063.
- [6] 刘浩. NURBS 曲面间的最短距离 [D]. 南京:南京航空航天大学计算数学系, 2002.

(编辑 苗凌)